

### Этап №3

#### Методы решения задачи линейного программирования

**Дано:**  $f(X) = -x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr}$

$$-x_1 + x_2 \leq 1 \quad (1)$$

$$2x_1 + x_2 \leq 4 \quad (2)$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \quad (3)$$

**а) Решить задачу графически**

#### Алгоритм графического решения задачи

1. Построить множество допустимых решений, задаваемое ограничениями.
2. Построить градиент целевой функции в точке с координатами  $(0, 0)$ .
3. Построить линию уровня целевой функции, проходящую через точку с координатами  $(0, 0)$ .
4. Если требуется найти максимум целевой функции, переносить, используя параллельный перенос, построенную линию уровня функции в направлении градиента до последнего касания с множеством допустимых решений. Точка (точки) касания - максимум.

Если требуется найти минимум целевой функции, аналогично переносить построенную линию уровня функции в направлении противоположном градиенту до последнего касания с множеством допустимых решений. Точка (точки) касания - минимум.

#### Решение:

Для графического решения задачи построим множество допустимых решений, задаваемое ограничениями (1)-(3).

Ограничение (1) в задаче определяется прямой  $-x_1 + x_2 = 1$ , проходящей через точки:

$x_1$	$x_2$
0	1
-1	0

Множество допустимых решений в задаче будет ограничено этой прямой и содержать точку  $(0, 0)$ , т.к при подстановке координат этой точки в ограничение (1) получается верное неравенство:  $-0 + 0 \leq 1$

Ограничение (2) в задаче определяется прямой  $2x_1 + x_2 = 4$ , проходящей через точки:

$x_1$	$x_2$
0	4
2	0

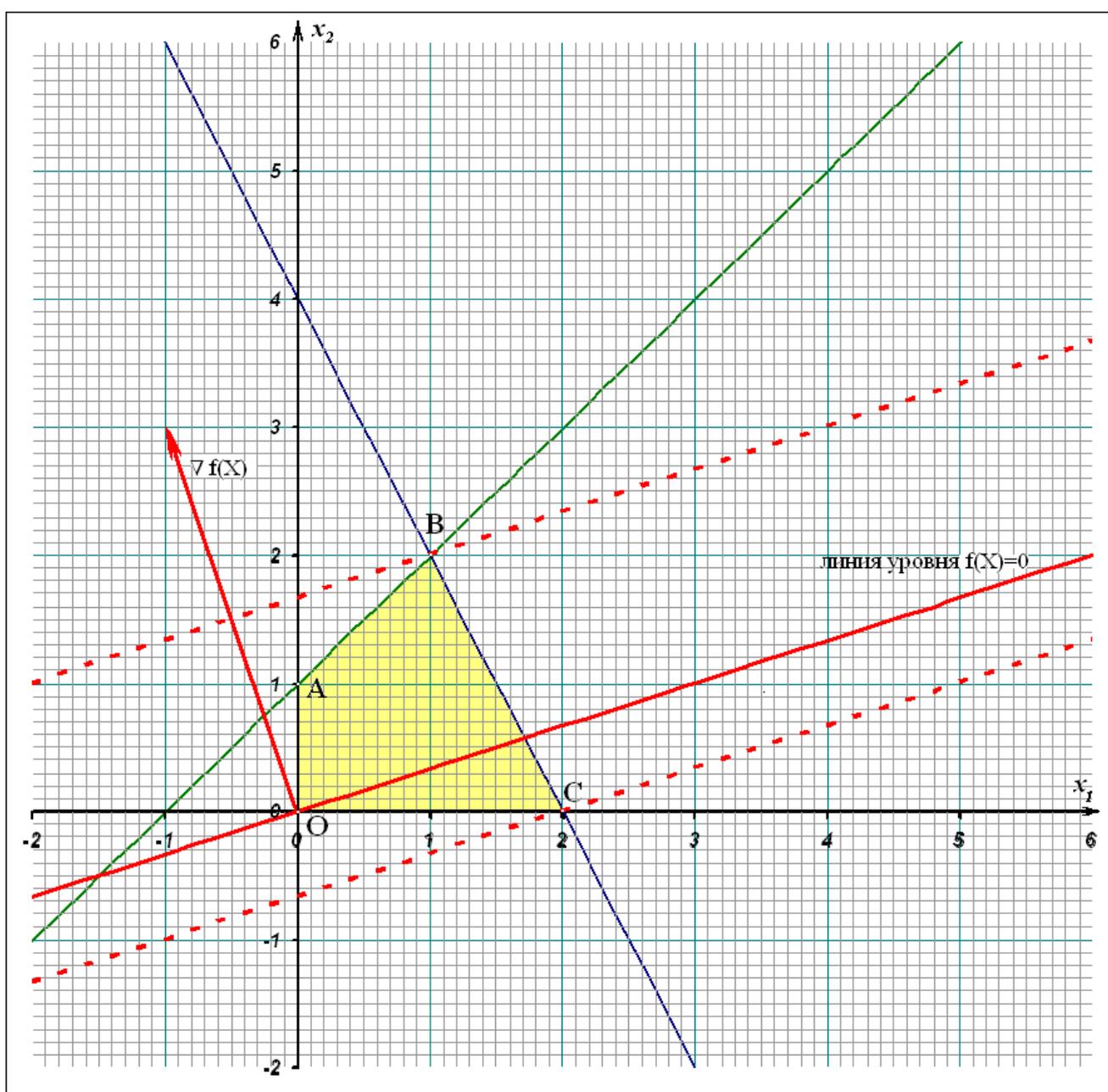
Множество допустимых решений в задаче будет ограничено этой прямой и содержать точку  $(0, 0)$ , т.к при подстановке координат этой точки в ограничение (2) получается верное неравенство:  $2 \cdot 0 + 0 \leq 4$

Ограничения (3) в задаче задают 1-ю четверть координатной плоскости.

Отметим крайние точки получившегося множества: **O, A, B, C**.

Построим градиент функции  $\nabla f(X) = (-1, 3)^T$  в точке с координатами  $(0, 0)$

Построим линию уровня функции  $f(X) = C$ , проходящую через точку с координатами  $(0, 0)$ . Для этого найдем значение константы  $C$ , подставив координаты точки в целевую функцию:  $C = -0 + 3 \cdot 0 = 0$ , и затем построим прямую  $-x_1 + 3x_2 = 0$ .



Будем искать точку максимума функции как последнюю точку касания линии уровня функции и множества допустимых решений в направлении градиента функции. Как видно из чертежа, это точка  $B = (1, 2)$ . Таким образом, получено решение задачи поиска максимума функции:

$$x_1^* = 1$$

$$x_2^* = 2$$

$$f(X_{\max}^*) = -1 + 3 \cdot 2 = 5$$

Будем искать точку минимума функции как последнюю точку касания линии уровня функции и множества допустимых решений в направлении противоположном градиенту функции<sup>\*)</sup>. Как видно из чертежа, это точка  $C = (2, 0)$ . Таким образом, получено решение задачи поиска минимума функции:

$$x_1^* = 2$$

$$x_2^* = 0$$

$$f(X_{\min}^*) = -2 + 3 \cdot 0 = -2$$

---

<sup>\*)</sup> Для поиска минимума можно перемещать линию уровня функции в направлении градиента до первой точки касания с множеством допустимых решений.

**б) Решить задачу симплекс-методом (найти максимум и минимум)****Алгоритм подготовки задачи к решению симплекс-методом**

1. Симплекс-метод ищет максимум функции. Если требуется найти минимум, умножить целевую функцию на (-1) и перейти к задаче поиска максимума.

2. Правые части ограничений должны быть  $\geq 0$ . Если правая часть ограничения  $< 0$ , умножить его левую и правую части на (-1) и изменить знак ограничения на противоположный.

3. Привести задачу к каноническому виду - перейти от задачи с ограничениями типа неравенств к задаче с ограничениями типа равенств, вводя, если это необходимо, в каждое ограничение дополнительную переменную.

**Замечание:** Если ограничение представляет собой неравенство типа « $\leq$ » дополнительная переменная вводится с коэффициентом 1, если это неравенство типа « $\geq$ » дополнительная переменная вводится с коэффициентом (-1).

Ввести дополнительные переменные в целевую функцию с коэффициентами равными 0.

4. Выписать столбцы коэффициентов при переменных в ограничениях. Если среди выписанных столбцов имеется  $m$  (по числу ограничений) базисных столбцов - столбцов единичной матрицы размерности  $m \times m$ , перейти к п. 6.

5. Если нужное число базисных столбцов не найдено перейти к решению М-задачи:

- дописать недостающие столбцы искусственно;
- поставить им в соответствие искусственные переменные;
- переписать ограничения с учетом искусственных переменных;
- ввести искусственные переменные в целевую функцию с коэффициентами равными  $(-M)$ , где  $M$  - очень большое положительное число, например  $10^6$ .

6. Выписать переменные при базисных столбцах - эти переменные базисные. Записать начальное базисное решение: базисные переменные равны правым частям ограничений, в которые они входят, все остальные переменные равны 0.

**Алгоритм вычислений с помощью симплекс-таблиц**

1. Составить таблицу №1.

2. Выписать базисное решение. Вычислить симплекс-разности для небазисных переменных по формуле:  $\Delta_j = C_j - C_{iB} \cdot A_j$

Переменная, которой соответствует в столбце максимальная положительная симплекс-разность, вводится в базис. Соответствующий столбец пометим –  $Z$ .

3. Вычислить величины  $r_i$  по формуле:  $r_i = \frac{B_{pi}}{Z_i}$ .

Переменная, которой соответствует в строке минимальная неотрицательная величина  $r_i$ , выводится из базиса. Соответствующую строку пометим -  $Z$ . Элемент, стоящий на пересечении  $Z$ -столбца и  $Z$ -строки – **разрешающий элемент** -  $R$ .

4. Построить новую таблицу, пересчитав предыдущую.

#### **Пересчет таблицы**

- Заполнить в новой таблице: строку коэффициентов функции, столбец  $B_{II}$  и столбец  $C_{iB}$ .
- Пересчитать  $Z$ -строку, содержащую разрешающий элемент и записать в новую таблицу под тем же номером по формуле:

$$\text{новая строка} = \text{старая строка} / R$$

Полученная строка – **разрешающая**.

- Пересчитать все остальные строки таблицы и записать их под теми же номерами в новую таблицу по формуле:

$$\text{новая строка } K = \text{старая строка } K - (\text{разрешающая строка}) * K_{\text{Пересчета}},$$

здесь  $K_{\text{Пересчета}}$  – элемент, стоящий на пересечении строки  $K$  и  $Z$ -столбца в старой таблице.

5. Повторить процедуру 2-4 до тех пор, пока все симплекс-разности не станут  $\leq 0$ .

6. Проанализировать последнее полученное базисное решение.

#### **Замечания по процедуре счёта**

**№1.** Каждая таблица соответствует точке пересечения ограничений на графике, причем пока в базисе есть искусственные переменные – это точки вне множества допустимых решений.

**№2.** В каждой таблице при текущих базисных переменных должны стоять столбцы единичной матрицы.

**№3.** Столбец  $B_p$  должен всегда содержать только неотрицательные элементы.

#### **Замечания по анализу результатов счёта**

**№1.** Если в процессе решения оказалось, что в базис вводится некоторая переменная (существует симплекс-разность  $> 0$ ), но среди элементов  $Z$ -столбца нет ни одного положительного, значит, задача не имеет решения вследствие не замкнутости области допустимых решений.

**№2.** Если в таблице, соответствующей решению задачи, в строке симплекс-разностей содержится нулей больше, чем ограничений, значит, задача имеет бесконечное множество решений, одно из которых найдено.

**№3.** Если при решении  $M$ -задачи найдено решение (все симплекс-разности  $\leq 0$ ), но в составе базисных переменных стала искусственная переменная не равная 0, то исходная задача не имеет решения вследствие несовместности ограничений.

**Решение:**

Найдем максимум функции. Будем рассматривать задачу:

$$\begin{aligned} f(X) &= -x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \\ -x_1 + x_2 &\leq 1 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 4 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Подготовим задачу к решению симплекс-методом.

В задаче требуется найти максимум, правые части ограничений неотрицательны.

Перейдем от задачи в основной постановке к задаче в канонической. Т.к. оба ограничения – неравенства типа « $\leq$ », введем в каждое ограничение дополнительную переменную с коэффициентом 1:

$$\begin{aligned} f(X) &= -x_1 + 3x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 \rightarrow \max \\ -x_1 + x_2 + 1 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 &= 1 \\ 2x_1 + x_2 + 0 \cdot x_3 + 1 \cdot x_4 &= 4 \\ x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 &\text{ - дополнительные переменные в задаче} \end{aligned}$$

Выпишем столбцы при переменных в ограничениях:

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
		базисный столбец	базисный столбец

Базис в задаче есть, т.к. среди выписанных столбцов есть 2 базисных (столбцы единичной матрицы (2 x 2)).

Окончательно получаем задачу, подготовленную к решению симплекс-методом:

$$\begin{aligned} f(X) &= -x_1 + 3x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 \rightarrow \max \\ -x_1 + x_2 + 1 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 &= 1 \\ 2x_1 + x_2 + 0 \cdot x_3 + 1 \cdot x_4 &= 4 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

Базисные переменные в задаче: в 1-м ограничении -  $x_3$ ,  
во 2-м ограничении -  $x_4$

Начальное базисное решение:

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 1 \quad x_4 = 4$$

В исходных переменных  $x_1, x_2$  это решение соответствует точке с координатами (0, 0).

Таблица №1

			-1	3	0	0	$C_j$	
$C_i$	Бп	Бр	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$r_i$	
0	$x_3$	1	-1	1	1	0	1	Z-строка
0	$x_4$	4	2	1	0	1	4	
		$\Delta$	-1	3	0	0		Z-столбец

Разрешающий элемент

Коэффициент пересчета

Базисное решение, соответствующее таблице №1:

$$\begin{aligned} x_3 = 1 & & x_1 = 0 \\ x_4 = 4 & & x_2 = 0 \end{aligned}$$

Вычислим симплекс-разности для небазисных переменных:

$$\Delta_1 = -1 - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = -1 - (0 + 0) = -1$$

$$\Delta_2 = 3 - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 3 - (0 + 0) = 3$$

Т.к.  $\Delta_2 = \max(\Delta_1, \Delta_2)$  и  $\Delta_2 > 0$ , то в базис вводится переменная  $x_2$ . Соответствующий этой переменной столбец – Z-столбец.

Вычислим величины  $r_i$ , как отношения элементов столбца  $B_p$  к элементам Z-столбца:

$$r_1 = \frac{1}{1} = 1 \quad r_2 = \frac{4}{1} = 4$$

Из базиса выводится переменная  $x_3$ , т.к. ей по строке соответствует минимальная неотрицательная величина  $r_1$ , соответствующая ей строка – Z-строка.

На пересечении Z-столбца и Z-строки, находится разрешающий элемент  $R = 1$ .

Осуществим пересчет таблицы:

- запишем коэффициенты функции в верхнюю строку новой таблицы №2;
- запишем в новую таблицу №2 новые базисные переменные  $x_2$  и  $x_4$ ;
- запишем коэффициенты функции при новых базисных переменных в первый столбец таблицы №2
- пересчитаем Z-строку: разделим Z-строку на разрешающий элемент, результат запишем в 1-ю строку таблицы №2 – получится разрешающая строка;

$$\begin{array}{l} \text{Z-строка} \left( \begin{array}{cccccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & \end{array} \right) / 1 \\ \text{Результат} \quad \begin{array}{cccccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & \end{array} \end{array}$$

- пересчитаем оставшуюся строку: умножим разрешающую строку на коэффициент пересчета - 2-й элемент Z-столбца – это (1), и вычтем из 2-й строки таблицы №1, результат запишем во 2-ю строку таблицы №2:

$$\begin{array}{r}
 \text{Строка 2 таблицы №1} \quad \underline{\quad} \quad 4 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \\
 \text{Разрешающая строка} \cdot (1) \quad \underline{\quad} \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\
 \text{Результат} \quad \quad \quad \quad 3 \quad 3 \quad 0 \quad -1 \quad 1
 \end{array}$$

Таблица №2

			-1	3	0	0	$C_j$	
$C_i$	Бп	Бр	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$r_i$	
3	$x_2$	1	-1	1	1	0	-1	
0	$x_4$	3	3	0	-1	1	1	Z-строка
$\Delta$			2	0	-3	0		

Z-столбец

Базисное решение, соответствующее таблице №2:

$$x_2 = 1 \quad x_1 = 0$$

$$x_4 = 3 \quad x_3 = 0$$

В исходных переменных  $x_1, x_2$  это решение соответствует точке с координатами (0, 1).

Вычислим симплекс-разности для небазисных переменных:

$$\Delta_1 = -1 - \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = -1 - (-3 + 0) = 2$$

$$\Delta_3 = 0 - \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 - (3 + 0) = -3$$

Т.к.  $\Delta_1 = \max(\Delta_1, \Delta_3)$  и  $\Delta_1 > 0$ , то в базис вводится переменная  $x_1$ , соответствующий этой переменной столбец – Z-столбец.

Вычислим величины  $r_i$ , как отношения элементов столбца  $B_p$  к элементам Z-столбца:

$$r_1 = \frac{1}{-1} = -1 \quad r_2 = \frac{3}{3} = 1$$

Из базиса выводится переменная  $x_4$ , т.к. ей по строке соответствует минимальная неотрицательная величина  $r_2$ , соответствующая ей строка – Z-строка.

На пересечении Z-столбца и Z-строки, находится разрешающий элемент  $R = 3$ .

Осуществим пересчет таблицы:

- запишем коэффициенты функции в верхнюю строку новой таблицы №3;
- запишем в новую таблицу №3 новые базисные переменные  $x_2$  и  $x_1$ ;
- запишем коэффициенты функции при новых базисных переменных в первый столбец таблицы №3

- пересчитаем Z-строку: разделим Z-строку на разрешающий элемент, результат запишем во 2-ю строку таблицы №3 – получится **разрешающая строка**;

$$\begin{array}{r} \text{Z-строка} \left( \begin{array}{cccccc} 3 & 3 & 0 & -1 & 1 & \end{array} \right) / 3 \\ \text{Результат} \quad \begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 0 & -1/3 & 1/3 & \end{array} \end{array}$$

- пересчитаем оставшуюся строку: умножим разрешающую строку на коэффициент пересчета - 1-й элемент Z-столбца – это (-1), и вычтем из 1-й строки таблицы №2, результат запишем в 1-ю строку таблицы №3:

$$\begin{array}{r} \text{Строка 1 таблицы №2} \quad \begin{array}{cccccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & \end{array} \\ \text{Разрешающая строка} \cdot (-1) \quad \begin{array}{cccccc} -1 & -1 & 0 & 1/3 & -1/3 & \end{array} \\ \text{Результат} \quad \begin{array}{cccccc} 2 & 0 & 1 & 2/3 & 1/3 & \end{array} \end{array}$$

Таблица №3

			-1	3	0	0	$C_j$
$C_i$	Бп	Бр	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$r_i$
3	$x_2$	2	0	1	2/3	1/3	
-1	$x_1$	1	1	0	-1/3	1/3	
$\Delta$			0	0	-7/3	-2/3	

Базисное решение, соответствующее таблице №3:

$$x_2 = 2 \quad x_3 = 0$$

$$x_1 = 1 \quad x_4 = 0$$

В исходных переменных  $x_1, x_2$  это решение соответствует точке с координатами (1, 2).

Вычислим симплекс-разности для небазисных переменных:

$$\Delta_3 = 0 - \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2/3 \\ -1/3 \end{pmatrix} = 0 - (2 + 1/3) = -7/3$$

$$\Delta_4 = 0 - \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1/3 \\ 1/3 \end{pmatrix} = 0 - (1 - 1/3) = -2/3$$

Т.к. все симплекс-разности в таблице №3 неположительны вычисления закончены.

Проанализируем полученное базисное решение. В состав базисных переменных таблицы №3 не входят искусственные, значит получено решение задачи:

$$x_1^* = 1$$

$$x_2^* = 2$$

$$x_3^* = 0$$

$$x_4^* = 0$$

Это решение единственное, т.к строка симплекс-разностей таблицы №3 содержит два (по числу ограничений задачи) нулевых значения.

А в исходных переменных – это точка  $B = (1, 2)$ .

Найдем минимум функции. Будем рассматривать задачу:

$$\begin{aligned} f(X) &= -x_1 + 3x_2 \rightarrow \min \\ -x_1 + x_2 &\leq 1 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 4 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Перейдем к задаче поиска максимума, для этого умножим функцию на (-1), получим:

$$\begin{aligned} f(X) &= x_1 - 3x_2 \rightarrow \max \\ -x_1 + x_2 &\leq 1 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 4 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Т.к. данная задача отличается от решенной только коэффициентами функции, воспользуемся результатами подготовки задачи для поиска максимума исходной функции, получим:

$$\begin{aligned} f(X) &= x_1 - 3x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 \rightarrow \max \\ -x_1 + x_2 + 1 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 &= 1 \\ 2x_1 + x_2 + 0 \cdot x_3 + 1 \cdot x_4 &= 4 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 &\geq 0 \end{aligned}$$

Базисные переменные в задаче: в 1-м ограничении -  $x_3$ ,  
во 2-м ограничении -  $x_4$

Начальное базисное решение:

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 1 \quad x_4 = 4$$

В исходных переменных  $x_1, x_2$  это решение соответствует точке с координатами (0, 0)

**Таблица №1**

			1	-3	0	0	$C_j$	
$C_i$	Бп	Бр	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$r_i$	
0	$x_3$	1	-1	1	1	0	-1	
0	$x_4$	4	2	1	0	1	2	Z-строка
		$\Delta$	1	-3	0	0		Z-столбец

Базисное решение, соответствующее таблице №1:

$$\begin{aligned} x_3 &= 1 & x_1 &= 0 \\ x_4 &= 4 & x_2 &= 0 \end{aligned}$$

Вычислим симплекс-разности для небазисных переменных:

$$\Delta_1 = 1 - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = 1 - (0 + 0) = 1$$

$$\Delta_2 = -3 - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = -3 - (0 + 0) = -3$$

Т.к.  $\Delta_1 = \max(\Delta_1, \Delta_2)$  и  $\Delta_1 > 0$ , то в базис вводится переменная  $x_1$ , соответствующий этой переменной столбец – Z-столбец.

Вычислим величины  $r_i$ , как отношения элементов столбца  $B_p$  к элементам Z-столбца:

$$r_1 = \frac{1}{-1} = -1 \quad r_2 = \frac{4}{2} = 2$$

Из базиса выводится переменная  $x_4$ , т.к. ей по строке соответствует минимальная неотрицательная величина  $r_2$ , соответствующая ей строка – Z-строка.

На пересечении Z-столбца и Z-строки, находится разрешающий элемент  $R = 2$ .

Осуществим пересчет таблицы:

- запишем коэффициенты функции в верхнюю строку новой таблицы №2;
- запишем в новую таблицу №2 новые базисные переменные  $x_3$  и  $x_1$ ;
- запишем коэффициенты функции при новых базисных переменных в первый столбец таблицы №2
- пересчитаем Z-строку: разделим Z-строку на разрешающий элемент, результат запишем во 2-ю строку таблицы №2 – получится **разрешающая строка**;

$$\begin{array}{l} \text{Z-строка} \left( \begin{array}{cccccc} 4 & 2 & 1 & 0 & 1 & \end{array} \right) / 2 \\ \text{Результат} \quad \begin{array}{cccccc} 2 & 1 & 1/2 & 0 & 1/2 & \end{array} \end{array}$$

- пересчитаем оставшуюся строку: умножим разрешающую строку на коэффициент пересчета, - 1-й элемент Z-столбца – это (-1), и вычтем из 1-й строки таблицы №1, результат запишем в 1-ю строку таблицы №2:

$$\begin{array}{l} \text{Строка 1 таблицы №1} \quad \begin{array}{cccccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & \end{array} \\ \text{Разрешающая строка} \cdot (-1) \quad \begin{array}{cccccc} -2 & -1 & -1/2 & 0 & -1/2 & \end{array} \\ \text{Результат} \quad \begin{array}{cccccc} 3 & 0 & 3/2 & 1 & 1/2 & \end{array} \end{array}$$

**Таблица №2**

			1	-3	0	0	$C_j$
$C_i$	Бп	Бр	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$r_i$
0	$x_3$	3	0	3/2	1	1/2	
1	$x_1$	2	1	1/2	0	1/2	
	$\Delta$		0	0	-7/2	-1/2	

Базисное решение, соответствующее таблице №2:

$$x_3 = 3 \quad x_2 = 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_4 = 0$$

В исходных переменных  $x_1, x_2$  это решение соответствует точке с координатами  $(2, 0)$ .

Вычислим симплекс-разности для небазисных переменных:

$$\Delta_2 = -3 - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} = -3 - (0 + 1/2) = -7/2$$

$$\Delta_4 = 0 - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} = 0 - (0 + 1/2) = -1/2$$

Т.к. все симплекс-разности в таблице №2 неположительны вычисления закончены.

Проанализируем полученное базисное решение. В состав базисных переменных таблицы №2 не входят искусственные, значит получено решение задачи:

$$x_1^* = 2$$

$$x_2^* = 0$$

$$x_3^* = 3$$

$$x_4^* = 0$$

Это решение единственное, т.к строка симплекс-разностей таблицы №2 содержит два (по числу ограничений задачи) нулевых значения.

А в исходных переменных – это точка  $C = (2, 0)$ .

**Ответ:**

Функция имеет максимум в точке В с координатами:

$$x_1^* = 1$$

$$x_2^* = 2$$

$$f(X_{\max}^*) = -1 + 3 \cdot 2 = 5$$

Функция имеет минимум в точке С с координатами:

$$x_1^* = 2$$

$$x_2^* = 0$$

$$f(X_{\min}^*) = -2 + 3 \cdot 0 = -2$$