ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1, №2

«МЕТОДЫ БЕЗУСЛОВНОЙ МИНИМИЗАЦИИ ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ (ФМП)»

СОДЕРЖАНИЕ И ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ ОТЧЕТА ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ:

1. Отчет по лабораторной работе выполняется **каждым** студентом после выполнения лабораторных работ **в отдельной тетради вручную**.

2. **Обложка отчета** (обложка тетради), должна содержать наименование лабораторной работы, наименование дисциплины, фамилию и группу студента.

3. **Отчет должен содержать следующие разделы**:
(1) Постановка задачи для выбранной функции $f(X)$.

(2) Аналитическое решение задачи и использованием аппарата необходимых и достаточных условий экстремума.

(3) Численное решение задачи, включая текст задания и результаты его выполнения - протоколы вычислений. Протоколы вычислений могут быть распечатаны и вклеены в отчет.

(4) Разъяснения и рекомендации:

- объяснение в каком случае в **методе Нелдера-Мида** возникают операции растяжения, сжатия, редукции (привести иллюстрацию);
- рекомендации по выбору шага при проведении поиска по образцу в **методе конфигураций** (привести иллюстрацию);
- разъяснение условий изменения радиуса в **методе случайного поиска** (привести иллюстрацию).

(5) Геометрическая интерпретация решения на двух листах миллиметровки **формата А2** (вкладывается в тетрадь).

ПРАВИЛА ВЫПОЛНЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

(1) На каждом листе миллиметровки **формата А2** построить чертеж линии уровня функции $f(X) = C_0$, проходящей через начальную точку $X^0 = (x^0, y^0)$.

(2) Нанести на первый чертеж траектории спуска для всех методов 1-го и 2-го порядков. Траектории для каждого метода выполняются своим цветом (или штриховкой), цвет (или штриховка) расшифровываются в «легенде» к чертежу.

(3) Нанести на второй чертеж траектории спуска для методов 0-го порядка, а также дополнительные построения:

- для **метода Нелдера-Мида**: треугольники, соответствующие каждой итерации;
- для **метода конфигураций**: промежуточные траектории поиска вдоль координатных направлений и шаги по образцу;
- для **метода случайного поиска**: окружности, соответствующие каждой итерации.

Траектории для каждого метода выполняются своим цветом (или штриховкой), цвет (или штриховка) расшифровываются в «легенде» к чертежу.

Каждый чертеж должен иметь штамп следующего содержания:

Студент	*Сидоров И.И.*	***Чертеж к методам*** …………………………………
Группа	*4О-222Б*	
Номер компьютера	*3*	

ПРОЦЕДУРА ЗАЩИТЫ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Индивидуальная беседа по отчету.
2. Решение задач на заданную тематику.

ПРИМЕР ОФОРМЛЕНИЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ В ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

Постановка задачи:

Дано: $f(X)$, $X = (x, y)^T$ -- квадратичная функция 2-х переменных:

$$f(X) = x^2 + xy + 2y^2 + (5 - 22) \cdot x + 100 \cdot y$$

NL = 100 – номер компьютера, за которым выполняется работа;
NG = 22 – последние две цифры номера учебной группы.

Требуется найти: $\underset{X \in R^n}{f(X) \to \min}$

Аналитическое решение задачи и использованием аппарата необходимых и достаточных условий экстремума:

1. Запишем градиент целевой функции: $\nabla f(X) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right)^T$
2. Запишем необходимые условия экстремума: $\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \end{cases}$
3. Решим полученную систему, решение системы - координаты стационарной точки $X^* = (x^*, y^*)^T$.
4. Составим матрицу вторых производных (матрицу Гессе):

$$H(X) = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{pmatrix}.$$

5. Определим знакоопределенность матрицы по критерию Сильвестра.

Для этого найти угловые миноры матрицы: $\Delta_1 = h_{11}$, $\Delta_2 = \det(H(X))$.

Если $\Delta_1 > 0$ и $\Delta_2 > 0$, то матрица положительно определена и $X^* = (x^*, y^*)^T$ - безусловный локальный минимум.

Ответ: получена точка $X^* = (x^*, y^*)^T$ - безусловный локальный минимум функции.

Численное решение задачи с заданной точностью ε = 0.01 из начальной точки $X^0 = (x^0, y^0)^T$, здесь $x^0 = -1.NL$, $y^0 = 2.NG$

Методы I-го порядка

Метод градиентного спуска (предельное число итераций N = 8)

Выполнил: Сидоров, группа 40-222, 02.12.2013

Квадратичная функция: $f(x_1,x_2) = x_1^2 + x_1x_2 + 2x_2^2 - 17x_1 + 22x_2$

Метод градиентного спуска

Точность метода: 0.01, $N_{max} = 5$, Количество итераций: 4

$N_{ит}$	шаг t	x1	x2	f(x1,x2)	f'_{x_1}	f'_{x_2}	$\|\|\nabla f(x_1,x_2)\|\|$
0	0.225	-1.17	2.22	77.3583	-17.12	29.71	34.28963
1	0.635	2.682	-4.46475	-108.73185	-16.10075	6.823	17.48678
2	0.225	12.90598	-8.79736	-205.13073	0.0146	-0.28344	0.28382
3	0.63	12.90269	-8.73358	-205.14092	0.0718	-0.03163	0.07846
4	0	12.85746	-8.71365	-205.14286	0.00126	0.00284	0.00311

Критерий окончания выполнен

$\|x - x^*\| = 0.0007$

$|f(x) - f(x^*)| = 0$

Метод покоординатного спуска (предельное число итераций N =5)

…

Методы II-го порядка

Метод Ньютона (предельное число итераций N =1)

…

Методы 0-го порядка

Метод Нелдера-Мида (предельное число итераций N =8)

…

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ МОЖНО НАЙТИ:

Сайт ***dep805.ru***

Раздел «Учебная работа»

Раздел «Учебные материалы»

Пункт в таблице - «Материалы к лабораторным работам»

- *Пункт в таблице - «Правила оформления ЛР№1-2 по курсу «Численные методы» (2017)* – открывается по клику в формате pdf.
- *Пункт в таблице - «Методические указания к лабораторной работе «Методы безусловной минимизации»* (факультет 4, 8)» – открывается по клику в формате pdf.